

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«КАРАЧАЕВО-ЧЕРКЕССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ У.Д. АЛИЕВА»

Физико-математический факультет

Кафедра математического анализа

УТВЕРЖДАЮ

И. о. проректора по УР

М. Х. Чанкаев

«30» апреля 2025 г., протокол № 8

Рабочая программа дисциплины

**Комплексный анализ**

*(наименование дисциплины (модуля))*

Направление подготовки

**01.03.02 Прикладная математика и информатика**

*(шифр, название направления)*

направленность (профиль):

**«Системное программирование и компьютерные технологии»**

Квалификация выпускника

**Бакалавр**

Форма обучения

**Очная**

Год начала подготовки – 2025

Карачаевск – 2025

Составитель: канд. физ.-мат. наук, доцент Бостанов Р.А.

Рабочая программа дисциплины составлена в соответствии с ФГОС ВО по направлению подготовки **01.03.02 Прикладная математика и информатика**, утвержденным приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 10.01.2018 № 9 с изменениями и дополнениями от 26.11.2020 г., №1456, 8.02.2021 г., №83, на основании учебного плана подготовки бакалавров по направлению **01.03.02 Прикладная математика и информатика**, направленность (профиль): «**Системное программирование и компьютерные технологии**», локальных актов КЧГУ.

Рабочая программа рассмотрена и утверждена на заседании кафедры математического анализа на 2025-2026 учебный год, протокол № 8 от 28 апреля 2025г.

## Оглавление

1. Наименование дисциплины (модуля) .....	4
2. Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы .....	4
3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы .....	4
4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся .....	5
5. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий .....	6
5.1. Разделы дисциплины и трудоемкость по видам учебных занятий (в академических часах) .....	6
6. Основные формы учебной работы и образовательные технологии, используемые при реализации образовательной программы .....	9
7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю) .....	11
7.1. Индикаторы оценивания сформированности компетенций .....	11
7.2. Перевод балльно-рейтинговых показателей оценки качества подготовки обучающихся в отметки традиционной системы оценивания .....	12
7.3. Типовые контрольные вопросы и задания, необходимые для оценивания сформированности компетенций в процессе освоения учебной дисциплины .....	12
7.3.1. Примерные вопросы к итоговой аттестации (экзамен) .....	12
7.3.2. Тестовый материал для диагностики индикаторов оценивания сформированности компетенций .....	15
7.3.3. Оценочные материалы. Темы к докладам и рефератам. Варианты контрольных работ .....	15
8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины. Информационное обеспечение образовательного процесса .....	18
8.1. Основная литература: .....	18
8.2. Дополнительная литература: .....	19
9. Требования к условиям реализации рабочей программы дисциплины (модуля) .....	19
9.1. Общесистемные требования .....	19
9.2. Материально-техническое и учебно-методическое обеспечение дисциплины .....	20
9.3. Необходимый комплект лицензионного программного обеспечения .....	20
9.4. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы .....	20
10. Особенности организации образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья .....	21
11. Лист регистрации изменений .....	22

## 1. Наименование дисциплины (модуля)

### Комплексный анализ

#### Цели освоения дисциплины:

- теоретическое и прикладное освоение студентами основных разделов комплексного анализа, необходимых для понимания ее роли в профессиональной деятельности;
- обеспечение качественной подготовки бакалавров на основе применения методов обучения, характерных для комплексного анализа;
- формирования математической культуры мышления, способности к обобщению, анализу, восприятию информации, постановке цели и выбору путей её достижения;
- освоения основных методов комплексного анализа, применяемых в решении профессиональных задач и научно-исследовательской деятельности.

#### Для достижения цели ставятся задачи:

- изучить необходимый понятийный аппарат дисциплины;
- сформировать умения доказывать факты и теоремы комплексного анализа;
- сформировать умения решать типовые задачи основных разделов комплексного анализа;
- формирование представлений об основных понятиях и методах комплексного анализа, таких как – аналитические функции, комплексный интеграл, ряды Тейлора и Лорана, особые точки, вычеты, аналитическое продолжение, операционное исчисление;
- получить необходимые знания из области комплексного анализа для дальнейшего самостоятельного освоения научно-технической информации;
- освоение компетенций в области комплексного анализа.

## 2. Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Дисциплина «Комплексный анализ» (Б1.О.21) относится к блоку – «Блок 1. Дисциплины (модули)», к обязательной части.

Дисциплина (модуль) изучается на 2 курсе в 4 семестре

МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОП	
Индекс	Б1.О.21
<b>Требования к предварительной подготовке обучающегося:</b>	
Для успешного освоения дисциплины студент должен иметь базовую подготовку по дисциплинам: «Математический анализ I», «Математический анализ II», «Математический анализ III», «Алгебра и геометрия», в объёме вузовской программы.	
<b>Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:</b>	
Знания и умения, формируемые в процессе изучения дисциплины «Комплексный анализ», будут использоваться в дальнейшем при освоении дисциплин базовой части: «Функциональный анализ», и др. Изучение дисциплины необходимо для успешного освоения дисциплин и практик, формирующих компетенции <b>ОПК-1, ПК-1.</b>	

## 3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Процесс изучения дисциплины «Комплексный анализ» направлен на формирование следующих компетенций обучающегося:

Код	Содержание	Индикаторы достижения компетенций
-----	------------	-----------------------------------

компетенций	компетенции в соответствии с ФГОС ВО/ ОПО	
<b>ОПК-1</b>	Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1. Знает основные положения и концепции в области математических и естественных наук, базовые теории, основную терминологию. ОПК-1.2. Умеет осуществлять первичный сбор и анализ материала, интерпретировать различные математические объекты. ОПК-1.3. Владеет навыком работы по решению стандартных математических задач и применяет их в профессиональной деятельности
<b>ПК-1</b>	Способен собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям	ПК-1.1. Знает методологию научных исследований, основные научные понятия и проблемы, существующие в своей профессиональной деятельности ПК-1.2. Умеет самостоятельно анализировать и решать научные, научно-исследовательские задачи в области прикладной математики и ее приложений, а также компьютерных технологий ПК-1.3. Владеет навыками сбора и работы с источниками научной информации.

**4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся**

Общая трудоемкость (объем) дисциплины (модуля) составляет 4 ЗЕТ, 144 академических часа.

Объем дисциплины	Всего часов	Всего часов
	для очной формы обучения	для заочной формы обучения
<b>Общая трудоемкость дисциплины</b>	144	
<b>Контактная работа обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий)* (всего)</b>		
<b>Аудиторная работа (всего):</b>	60	
в том числе:		
лекции	40	
семинары, практические занятия	20	
практикумы	Не предусмотрено	
лабораторные работы	Не предусмотрено	
<b>Внеаудиторная работа:</b>		
консультация перед зачетом		
Внеаудиторная работа также включает индивидуальную работу обучающихся с преподавателем, групповые, индивидуальные консультации и иные виды учебной деятельности, предусматривающие групповую или индивидуальную работу обучающихся с преподавателем), творческую работу (эссе), рефераты,		

контрольные работы и др.		
Самостоятельная работа обучающихся (всего)	84	
Контроль самостоятельной работы		
Вид промежуточной аттестации обучающегося (зачет / экзамен)	экзамен	

**5. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий**

**5.1. Разделы дисциплины и трудоемкость по видам учебных занятий (в академических часах)**

**Очная форма обучения**

№ п/п	Курс /семестр	Раздел, тема дисциплины	Общая трудоемкость (в часах)	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу обучающихся и трудоемкость (в часах)			
			Всего	Аудиторные уч. занятия			Сам. работа
			144	Лек.	Пр.	Лаб.	
	2/4	<b>Раздел 1. Элементы теории аналитических функций</b>	<b>54</b>	<b>14</b>	<b>6</b>	<b>-</b>	<b>34</b>
1.	2/4	Поле комплексных чисел. Расширенная плоскость комплексных чисел. Пути и кривые. Кривая Жордана. Области.	6	2			4
2.	2/4	Стереографическая проекция. Множество комплексных чисел.	4	2			2
3.	2/4	Функции комплексного переменного. Предел и непрерывность функции комплексного переменного. Функциональные ряды. Степенные ряды.	6				6
4.	2/4	Комплексные числа, действия над ними. Модуль и аргумент. Тригонометрическая и показательная формы комплексного числа. Формула Муавра. Корень из комплексного числа.	6				6
5.	2/4	Последовательности и ряды комплексных чисел. Дифференцирование степенных рядов.	4				4
6.	2/4	Кривые на комплексной плоскости	2				2
7.	2/4	Производная функции комплексного переменного. Условия Коши-Римана. Понятие аналитической функции.	2				2
8.	2/4	Конформное отображение. Геометрический смысл модуля и аргумента производной.	2				2
9.	2/4	Геометрический и гидродинамический смысл производной. Конформное отображение в примерах.	2				2
10.	2/4	Вычисление пределов. Непрерывность, точки разрыва. Кривые на плоскости.	2				2

		Производная функции комплексного переменного. Дифференциал. Условия Коши-Римана					
11.	2/4	Элементарные функции комплексного переменного и их отображения. Дробно-линейные функции и геометрические свойства их отображений. Геометрия Лобачевского.	2				2
12.	2/4	Степенная функция. Функция Жуковского. Показательная и логарифмическая функции. Тригонометрические функции.	2				2
13.	2/4	Элементарные функции комплексного переменного как аналитическое продолжение с действительной оси	4	2			2
14.	2/4	Дробно-линейные функции и геометрические свойства их отображений. Логарифмическая функция. Общая степенная функция. Вычисление.	4	2	2		
15.	2/4	Понятие аналитического продолжения. Продолжение вдоль кривой. Понятие римановой поверхности. Примеры многозначных аналитических функций.	4	2	2		
16.	2/4	Ветви многозначных функций. Точки ветвления.	4	2	2		
17.	2/4	Аналитическое продолжение $\Gamma$ – функции.	2	2			
	2/4	<b>Раздел 2. Интегралы и степенные ряды</b>	<b>34</b>	<b>10</b>	<b>6</b>	<b>-</b>	<b>18</b>
18.	2/4	Понятие интеграла и его основные свойства. Первообразная. Формула Ньютона - Лейбница. Теорема Коши для односвязной и многосвязной областей.	4	2			2
19.	2/4	Теорема Коши (случай сложного контура). Лемма Гурса	4	2			2
20.	2/4	Интегральная формула Коши. Интеграл типа Коши. Принцип максимума модуля аналитической функции. Бесконечная дифференцируемость аналитической функции.	4	2			2
21.	2/4	Вычисление интегралов. Применение теоремы Коши к решению задач.	4	2			2
22.	2/4	Отображения многоугольников. Теорема Кристоффеля-Шварца	4	2	2		
23.	2/4	Теоремы Вейерштрасса о равномерно сходящихся рядах аналитических функций. Разложение аналитической функции в ряд Тейлора	2				2
24.	2/4	Неравенства Коши для коэффициентов степенного ряда. Теорема Лиувилля. Алгебраическая замкнутость поля комплексных чисел.	4		2		2

25.	2/4	Нули аналитической функции. Теорема единственности для аналитических функций. Аналитическое продолжение.	2				2
26.	2/4	Разложение аналитической функции в ряд Тейлора.	2				2
27.	2/4	Ряд Лорана. Разложение аналитической функции в ряд Лорана. Классификация изолированных особых точек однозначной функции. Ряд Лорана в окрестности бесконечно удалённой точки.	4		2		2
	<b>2/4</b>	<b>Теорема Сохоцкого</b>	<b>18</b>	<b>6</b>	<b>2</b>	<b>-</b>	<b>10</b>
28.	2/4	Вычеты аналитической функции. Теорема о вычетах. Применение теории вычетов к вычислению определённых интегралов.	2				2
29.	2/4	Вычет функции относительно полюса. Лемма Жордана.	2				2
30.	2/4	Целые и мероморфные функции. Разложение в бесконечное произведение. Разложение мероморфных функций на простейшие дроби.	4	2			2
31.	2/4	Целые и мероморфные функции с полюсом на бесконечности	2				2
32.	2/4	Вычеты аналитической функции. Применение теории вычетов к вычислению определённых интегралов.	2				2
33.	2/4	Логарифмический вычет. Подсчет числа нулей аналитической функции. Принцип аргумента. Теорема Руше.	2	2			
34.	2/4	Основная теорема высшей алгебры.	4	2	2		
	<b>2/4</b>	<b>Разложение аналитической функции в ряд Лорана. Классификация изолированных особых точек однозначной функции. /Пр/</b>	<b>18</b>	<b>4</b>	<b>2</b>	<b>-</b>	<b>12</b>
35.	2/4	Гармонические функции и их свойства. Связь аналитических и гармонических функций.	2				2
36.	2/4	Сопряженные гармонические функции.	4	2			2
37.	2/4	Задача Дирихле для круга и полуплоскости. Интеграл Пуассона. Приложения аналитических функций к различным задачам.	2				2
38.	2/4	Интеграл Пуассона.	2				2
39.	2/4	Гармонические функции и их свойства. Задача Дирихле для круга и полуплоскости. Интеграл Пуассона.	4	2			2
40.	2/4	Приложения аналитических функций к различным задачам.	4		2		2
	<b>2/4</b>	<b>Основные понятия операционного исчисления</b>	<b>20</b>	<b>6</b>	<b>4</b>	<b>-</b>	<b>10</b>



41.	2/4	Преобразование Лапласа и его основные свойства. Изображение элементарных функций.	2				2
42.	2/4	Свойства изображения: линейность, теорема подобия, теорема запаздывания, изображение производной, изображение интеграла, изображение свертки, дифференцирование изображения, теорема смещения. Таблица изображений.	4		4		
43.	2/4	Изображения элементарных функций. Показательная функция.	2				2
44.	2/4	Преобразование Лапласа и его основные свойства. Изображение элементарных функций. Свойства изображения.	2				2
45.	2/4	Применения преобразования Лапласа к решению дифференциальных и интегральных уравнений. Обращение преобразования Лапласа.	2				2
46.	2/4	Решения задач для линейных дифференциальных уравнений операционным методом.	2				2
47.	2/4	Применения преобразования Лапласа к решению дифференциальных и интегральных уравнений. Обращение преобразования Лапласа. Формула Меллина.	6	6			
<b>ИТОГО:</b>			<b>144</b>	<b>40</b>	<b>20</b>		<b>84</b>

## **6. Основные формы учебной работы и образовательные технологии, используемые при реализации образовательной программы**

**Лекционные занятия.** Лекция является основной формой учебной работы в вузе, она является наиболее важным средством теоретической подготовки обучающихся. На лекциях рекомендуется деятельность обучающегося в форме активного слушания, т.е. предполагается возможность задавать вопросы на уточнение понимания темы и рекомендуется конспектирование основных положений лекции. Основная дидактическая цель лекции - обеспечение ориентировочной основы для дальнейшего усвоения учебного материала. Лекторами активно используются: лекция-диалог, лекция - визуализация, лекция - презентация. Лекция - беседа, или «диалог с аудиторией», представляет собой непосредственный контакт преподавателя с аудиторией. Ее преимущество состоит в том, что она позволяет привлекать внимание слушателей к наиболее важным вопросам темы, определять содержание и темп изложения учебного материала с учетом особенностей аудитории. Участие обучающихся в лекции – беседе обеспечивается вопросами к аудитории, которые могут быть как элементарными, так и проблемными.

Главной задачей каждой лекции является раскрытие сущности темы и анализ ее основных положений. Рекомендуется на первой лекции довести до внимания студентов структуру дисциплины и его разделы, а в дальнейшем указывать начало каждого раздела (модуля), суть и его задачи, а, закончив изложение, подводить итог по этому разделу, чтобы связать его со следующим. Содержание лекций определяется настоящей рабочей программой дисциплины. Для эффективного проведения лекционного занятия рекомендуется соблюдать последовательность ее основных этапов:

1. формулировку темы лекции;
2. указание основных изучаемых разделов или вопросов и предполагаемых затрат времени на их изложение;
3. изложение вводной части;
4. изложение основной части лекции;
5. краткие выводы по каждому из вопросов;
6. заключение;
7. рекомендации литературных источников по излагаемым вопросам.

**Практические занятия.** Дисциплины, по которым планируются практические занятия, определяются учебными планами. Практические занятия относятся к основным видам учебных занятий и составляют важную часть теоретической и профессиональной практической подготовки. Выполнение студентом практических занятий направлено на:

- обобщение, систематизацию, углубление, закрепление полученных теоретических знаний по конкретным темам дисциплин математического и общего естественно-научного, общепрофессионального и профессионального циклов;
- формирование умений применять полученные знания на практике, реализацию единства интеллектуальной и практической деятельности;
- развитие интеллектуальных умений у будущих специалистов: аналитических, проектировочных, конструктивных и др.;
- выработку при решении поставленных задач таких профессионально значимых качеств, как самостоятельность, ответственность, точность, творческая инициатива. Методические рекомендации разработаны с целью единого подхода к организации и проведению практических занятий.

Практическое занятие — это форма организации учебного процесса, направленная на выработку у студентов практических умений для изучения последующих дисциплин (модулей) и для решения профессиональных задач. Практическое занятие должно проводиться в учебных кабинетах или специально оборудованных помещениях. Необходимыми структурными элементами практического занятия, помимо самостоятельной деятельности студентов, являются анализ и оценка выполненных работ и степени овладения студентами запланированными умениями. Дидактические цели практических занятий: формирование умений (аналитических, проектировочных, конструктивных), необходимых для изучения последующих дисциплин (модулей) и для будущей профессиональной деятельности.

В процессе подготовки к практическим занятиям, обучающимся необходимо обратить особое внимание на самостоятельное изучение рекомендованной учебно-методической (а также научной и популярной) литературы. Самостоятельная работа с учебниками, учебными пособиями, научной, справочной и популярной литературой, материалами периодических изданий и Интернета, статистическими данными является наиболее эффективным методом получения знаний, позволяет значительно активизировать процесс овладения информацией, способствует более глубокому усвоению изучаемого материала, формирует у обучающихся свое отношение к конкретной проблеме. Более глубокому раскрытию вопросов способствует знакомство с дополнительной литературой, рекомендованной преподавателем по каждой теме семинарского или практического занятия, что позволяет обучающимся проявить свою индивидуальность в рамках выступления на данных занятиях, выявить широкий спектр мнений по изучаемой проблеме.

**Образовательные технологии.** При проведении учебных занятий по дисциплине используются традиционные и инновационные, в том числе информационные образовательные технологии, включая при необходимости применение активных и интерактивных методов обучения.

Традиционные образовательные технологии реализуются, преимущественно, в процессе лекционных и практических занятий. Инновационные образовательные

технологии используются в процессе аудиторных занятий и самостоятельной работы студентов в виде применения активных и интерактивных методов обучения. Информационные образовательные технологии реализуются в процессе использования электронно-библиотечных систем, электронных образовательных ресурсов и элементов электронного обучения в электронной информационно-образовательной среде для активизации учебного процесса и самостоятельной работы студентов.

Практические занятия могут проводиться в форме групповой дискуссии, «мозговой атаки», разборка кейсов, решения практических задач, публичная презентация проекта и др. Прежде, чем дать группе информацию, важно подготовить участников, активизировать их ментальные процессы, включить их внимание, развивать кооперацию и сотрудничество при принятии решений.

## **7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)**

### **7.1. Индикаторы оценивания сформированности компетенций**

<b>Компетенции</b>	<b>Зачтено</b>			<b>Не зачтено</b>
	Высокий уровень (отлично) (86-100% баллов)	Средний уровень (хорошо) (71-85% баллов)	Низкий уровень (удовлетворительно) (56-70% баллов)	Ниже порогового уровня (неудовлетворительно) (до 55 % баллов)
ОПК-1: Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1. Знает все положения и концепции в области математических и естественных наук, базовые теории, основную терминологию	ОПК-1.1. Знает основные положения и концепции в области математических и естественных наук, базовые теории, основную терминологию	ОПК-1.1. Знает основные положения в области математических и естественных наук, базовые теории, основную терминологию	ОПК-1.1. Знает фрагментарно основные положения в области математических и естественных наук, базовые теории, основную терминологию
	ОПК-1.2. Умеет осуществлять первичный сбор и анализ материала и интерпретировать различные математические объекты	ОПК-1.2. Умеет осуществлять первичный сбор и анализ материала, интерпретировать различные математические объекты	ОПК-1.2. Умеет осуществлять первичный сбор и анализ материала	ОПК-1.2. Не умеет осуществлять первичный сбор и анализ материала и интерпретировать различные математические объекты
	ОПК-1.3. Владеет навыками работы по решению стандартных математических задач и применения их в профессиональной деятельности	ОПК-1.3. Не достаточно владеет навыками работы по решению стандартных математических задач и применения их в профессиональной деятельности	ОПК-1.3. Владеет навыками работы по решению стандартных математических задач	ОПК-1.3. Не владеет навыками работы по решению стандартных математических задач и применения их в профессиональной деятельности
ПК-1: Способен собирать, обрабатывать и интерпретироват ь данные современных научных исследований, необходимые	ПК-1.1. Полностью знает методологию научных исследований, основные научные понятия и проблемы, существующие в своей профессиональной	ПК-1.1. Знает методологию научных исследований, основные научные понятия и проблемы, существующие в своей профессиональной	ПК-1.1. Знает основную методологию научных исследований, основные научные понятия и проблемы, существующие в своей профессиональной	ПК-1.1. Знает фрагментарно методологию научных исследований, основные научные понятия и проблемы, существующие в своей профессиональной

для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям	деятельности	деятельности	деятельности	деятельности
	ПК-1.2. Полностью умеет самостоятельно анализировать и решать научные, научно-исследовательские задачи в области прикладной математики и ее приложений, а также компьютерных технологий	ПК-1.2. Умеет самостоятельно анализировать и решать научные, научно-исследовательские задачи в области прикладной математики и ее приложений, а также компьютерных технологий	ПК-1.2 Умеет анализировать и решать научные, научно-исследовательские задачи в области прикладной математики и ее приложений, а также компьютерных технологий	ПК-1.2. Не умеет анализировать и решать научные, научно-исследовательские задачи в области прикладной математики и ее приложений, а также компьютерных технологий
	ПК-1.3. В полной мере владеет навыками сбора и работы с источниками научной информации	ПК-1.3. Владеет навыками сбора и работы с источниками научной информации	ПК-1.3. Не достаточно владеет навыками сбора и работы с источниками научной информации	ПК-1.3. Не владеет навыками сбора и работы с источниками научной информации

## 7.2. Перевод балльно-рейтинговых показателей оценки качества подготовки обучающихся в отметки традиционной системы оценивания

Порядок функционирования внутренней системы оценки качества подготовки обучающихся и перевод балльно-рейтинговых показателей обучающихся в отметки традиционной системы оценивания проводится в соответствии с положением КЧГУ «Положение о балльно-рейтинговой системе оценки знаний обучающихся», размещенным на сайте Университета по адресу: <https://kchgu.ru/inYE-lokalnye-akty/>

## 7.3. Типовые контрольные вопросы и задания, необходимые для оценивания сформированности компетенций в процессе освоения учебной дисциплины

### 7.3.1. Примерные вопросы к итоговой аттестации (экзамен)

#### Билет №1

1. Комплексные числа. Действия над комплексными числами. Геометрическое представление комплексных чисел. Модуль и аргумент.
2. Вычеты аналитической функции. Теорема о вычетах.
3. Проверить выполнение условий Коши-Римана и найти производную функции  $w = z^2 - 2z$ .

#### Билет №2

1. Формула Муавра. Корень из комплексного числа.
2. Разложение аналитической функции в ряд Лорана. Ряд Лорана. Правильная и главная части ряда Лорана.
3. Вычислить интеграл:  $\int_C \frac{z^2}{(z-2)(z+i)} dz$ , где  $C$  – окружность  $|z+i|=1$ .

#### Билет №3

1. Последовательности и ряды комплексных чисел. Функциональные ряды. Степенные ряды.

2. Операционное исчисление. Решения задач для дифференциальных уравнений операционным методом.

3. Найти изолированную особую точку функции и определить ее вид:  $z e^{\frac{1}{z}}$ .

#### Билет №4

1. Функции комплексного переменного. Однозначные и многозначные функции.

2. Задача Дирихле для круга и полуплоскости. Интеграл Пуассона. Приложения аналитических функций к различным задачам.

3. Вычислить:  $\operatorname{Ln}(ie^2)$ .

#### Билет №5

1. Предел функции комплексного переменного. Свойства. Непрерывность функции комплексного переменного.

2. Нули аналитической функции. Порядок нуля.

3. Вычислить:  $\operatorname{Re} s \frac{1}{z^8 - z^5}$ .

#### Билет №6

1. Стереографическая проекция. Расширенная плоскость комплексных чисел. Множества комплексных чисел. Понятие области.

2. Гармонические функции и их свойства. Связь аналитических и гармонических функций.

3. Найти значения корней и построить их:  $\sqrt{-3 - i\sqrt{3}}$ .

#### Билет №7

1. Производная функции комплексного переменного. Дифференциал. Условие Коши-Римана. Доказательство.

2. Вычет функции относительно полюса.

3. Найти область сходимости ряда:  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{e^{in}}$ .

#### Билет №8

1. Кривые на комплексной плоскости. Гладкая кривая.

2. Теоремы Вейерштрасса о равномерно сходящихся рядах аналитических функций.

3. Вычислить:  $(1+i)^{1-i}$ .

#### Билет №9

1. Геометрический смысл модуля и аргумента производной. Конформное отображение.

2. Неравенства Коши для коэффициентов степенного ряда. Теорема Лиувилля.

3. Определить линию заданную уравнением:  $z = t + it^2; -\infty < t < +\infty$ .

#### Билет №10

1. Понятие аналитической (голоморфной) функции. Различные трактовки и их связи.

2. Логарифмический вычет. Подсчет числа нулей аналитической функции. Принцип аргумента. Теорема Руше.

3. Исследовать на сходимость ряд:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(2i)^{n^2}}$ .

#### Билет №11

1. Понятие римановой поверхности. Дробно-линейная функция.
2. Неопределённый интеграл от функции комплексной переменной. Интегральный логарифм.
3. Найти образ единичной окружности при отображении, осуществляемом функцией Жуковского:  $w = \frac{1}{2} \left( z + \frac{1}{z} \right)$ .

#### Билет №12

1. Основные простейшие функции комплексного переменного. Экспоненциальная и тригонометрическая функции. Свойства.
2. Классификация изолированных особых точек однозначной функции. Устранимая особая точка. Полнос. Существенно особая точка.
3. Проверить является ли функция гармонической:  $\frac{x}{x^2 + y^2}$ .

#### Билет №13

1. Комплексный логарифм. Логарифмическая функция. Общая степенная функция.
2. Целые и мероморфные функции. Разложение мероморфных функций на простейшие дроби.
3. Исследовать на сходимость ряд:  $\sum_{n=-\infty}^{+\infty} 2^n z^n$ .

#### Билет №14

1. Области однолиственности некоторых элементарных функций.
2. Интеграл типа Коши. Бесконечная дифференцируемость аналитической функции.
3. Найти изображения  $q(p)$  оригиналов  $f(t)$ , пользуясь определением изображения:  $f(t) = e^{\alpha t}, \alpha = a + ib$ .

#### Билет №15

1. Ветви многозначных функций. Точки ветвления. Риманова поверхность.
2. Применение теории вычетов к вычислению определённых интегралов.
3. Найти интеграл:  $\frac{1}{2\pi i} \int_C \frac{\sin z}{(z - 2i)^2} dz$ , где  $C$  – кусочно-гладкий контур Жордана.

#### Билет №16

1. Дробно-линейные функции и геометрические свойства их отображений. Функция Жуковского.
2. Ряд Лорана в окрестности бесконечно удалённой точки. Теорема Сохоцкого.
3. Вычислить интеграл:  $\int_{|z|=1} dz$ .

#### Билет №17

1. Интегральная формула Коши. Доказательство. Смысл.
2. Теорема единственности для аналитических функций. Аналитическое продолжение.
3. Найти область в которую переходит при отображении посредством функции  $w = e^z$ , линия  $z = x + iy$ ;  $x = \text{const}$ ;  $y \in (-\infty, +\infty)$

#### Билет №18

1. Ряд Тейлора. Разложение аналитической функции в ряд Тейлора.
2. Преобразование Лапласа и его основные свойства. Изображение элементарных функций. Свойства изображения.

3. Найти модуль и аргумент комплексного числа:  $\frac{i-1}{1+i}$ .

#### Билет №19

1. Понятие интеграла. Вопросы существования и вычисления интеграла. Свойства.
2. Изображения элементарных функций. Свойства изображения. Таблица изображений.
3. Найти множество точек в комплексной плоскости, удовлетворяющих неравенству:  $|z| + \operatorname{Im} z \leq 1$ .

#### Билет №20

1. Теорема Коши. Общий случай. Теорема Коши для случая треугольника. Теорема Коши для случая сложного контура.
2. Принцип максимума модуля аналитической функции.
3. Разложить функцию в ряд Тейлора по степеням:  $z - a$ , где  $a$  - заданное число, с определением круга сходимости:  $\cos z$ ;  $a = \frac{\pi}{4}$ .

#### Билет №21

1. Дифференцирование степенных рядов.
2. Применения преобразования Лапласа к решению дифференциальных и интегральных уравнений. Обращение преобразования Лапласа. Формула Меллина.
3. Вычислить интеграл с помощью теоремы вычетов:  $\int_C \frac{z}{(z-1)(z-2)^2} dz$ , где  $C: |z|=3$ .

### 7.3.2. Тестовый материал для диагностики индикаторов оценивания сформированности компетенций

#### 7.3.3. Оценочные материалы. Темы к докладам и рефератам. Варианты контрольных работ

##### *Раздел 1. «Элементы теории аналитических функций»*

1. Сформулируйте правила выполнения алгебраических операций над комплексными числами, заданными в алгебраической форме.
2. Объясните смысл термина «поле комплексных чисел».
3. Какой вид имеет число, обратное числу  $z = x + iy$ ? Какое комплексное число не имеет обратного?
4. Как выполняют деление комплексных чисел, заданных в алгебраической форме?
5. Сформулируйте правило возведения числа  $i$  в степень с натуральным показателем.
6. Какие комплексные числа называют сопряженными? Какое число сопряжено с: а) суммой двух комплексных чисел; б) произведением двух комплексных чисел; в) частным двух комплексных чисел; г) степенью комплексного числа?
7. Как выражаются действительная и мнимая части комплексного числа через это число и сопряженное с ним?
8. Как изображают комплексные числа на плоскости?
9. Чему равны векторы, изображающие сумму и разность двух комплексных чисел?
10. Как записывают комплексное число в тригонометрической форме? А в показательной форме?
11. Как геометрически изображаются два сопряженных комплексных числа? А два противоположных комплексных числа?
12. В чем заключаются геометрический смысл: а) модуля комплексного числа; б) аргумента комплексного числа; в) модуля разности двух комплексных чисел?
13. В чем разница между обозначениями  $\operatorname{Arg} z$  и  $\arg z$ ?

14. Напишите формулы для вычисления модуля и аргумента комплексного числа, заданного в алгебраической форме
15. Любое ли комплексное число имеет модуль? А аргумент?
16. Сформулируйте правила умножения, деления и возведения в степень с натуральным показателем комплексных чисел, заданных в тригонометрической форме.
17. Сколько корней  $n$ -й степени можно извлечь из комплексного числа, отличного от нуля? Где располагаются точки, изображающие эти числа?
18. Напишите формулу корня  $n$ -й степени из комплексного числа, заданного в тригонометрической форме.
19. Дайте определение функции комплексного переменного.
20. Каково геометрическое истолкование функции комплексного переменного, заданной в области  $D$ ?
21. Определите, что означают слова «функция  $\omega = f(z)$  комплексного переменного непрерывна в точке  $z_0$ ».
22. Дайте определение предела функции комплексного переменного: а) в точке  $a$ ; б) в точке  $\infty$ .
23. Области однолиственности некоторых элементарных функций.
24. Как найти образ линии  $\Gamma$ , заданной параметрическими уравнениями, при отображении  $\omega = f(z)$ ?
25. Какое отображение плоскости в себя задает функция  $\omega = kz + c$ , если а)  $k = 0$ ; б)  $c = 0$ ,  $|k| = 1$ ; в)  $c = 0$ ,  $\arg k = 0$ ; г)  $k = 1$ ?
26. Дайте определение: а) дифференцируемой функции одного действительного переменного; б) дифференцируемой функции двух действительных переменных; в) дифференцируемой функции комплексного переменного.
27. Дайте определение производной функции комплексного переменного.
28. Как связаны между собой требования существования производной и дифференцируемости функции комплексного переменного?
29. Может ли быть функция комплексного переменного дифференцируемой в точках разрыва?
30. Напишите формулу для приращения дифференцируемой функции.
31. Следует ли из дифференцируемости функции комплексного переменного дифференцируемость ее действительной и мнимой частей как функций двух действительных переменных?
32. Запишите условия Коши-Римана.
33. Где в выводе условий Коши-Римана используется дифференцируемость функции  $\omega = f(z)$ .
34. Какие функции двух действительных переменных называют гармоническими?
35. Как связаны между собой понятия гармонической функции двух действительных переменных и дважды непрерывно дифференцируемой функции комплексного переменного?
36. Как по заданной гармонической функции найти сопряженную с ней гармоническую функцию?
37. В чем заключается геометрический смысл аргумента и модуля производной дифференцируемой функции комплексного переменного?
38. Задайте неравенствами какую-либо область, в которой показательная функция по одному разу принимает каждое ненулевое значение.
39. Дайте определение логарифма в комплексной области.
40. Как выражается логарифм комплексного числа через его модуль и аргумент?
41. Задаст ли соотношение  $\omega = Lnz$  функцию комплексного переменного? А соотношение  $\omega = \ln z$ ?



42. На какую область отображает функция  $\omega = \ln z$  комплексную плоскость, разрезанную вдоль отрицательной действительной полуоси?
43. Общая степенная функция. Каковы особенности ее определения?
44. Элементарные функции комплексного переменного и их отображения.
45. Дробно-линейные функции и геометрические свойства их отображений.

## **Раздел 2. «Интегралы и степенные ряды»**

1. Запишите формулы Эйлера в комплексной области.
2. Дайте определение интеграла от комплексной функции по отрезку.
3. Напишите формулу оценки интеграла комплексной функции по отрезку.
4. Дайте определение интеграла комплексной функции вдоль кривой.
5. Чему равно значение интеграла  $\int_{\Gamma} \frac{dz}{z-a}$ , если контур:
  - а) не охватывает точку  $a$ ; б) охватывает точку  $a$  один раз и обходится против часовой стрелки; в) охватывает точку  $a$  один раз и обходится по часовой стрелке?
6. Сформулируйте интегральную теорему Коши для односвязной области.
7. Где в доказательстве теоремы Коши используется предположение о непрерывности производной?
8. Сформулируйте интегральную теорему Коши для многосвязной области. Каким образом при доказательстве этой теоремы многосвязная область превращается односвязная?
9. Дайте определение первообразной для функции комплексного переменного.
10. Всякая ли непрерывная функция комплексного переменного имеет первообразную?
11. Как выражаются с помощью интеграла первообразные непрерывно дифференцируемых функций комплексного переменного?
12. Бесконечная дифференцируемость аналитической функции. Теорема Морера.
13. Дайте определение степенного ряда в комплексной области.
14. При каком условии степенной ряд называется сходящимся в точке  $z_1$ ?
15. Опишите область сходимости степенного ряда с центром  $z_0$ .
16. Какое число называется радиусом сходимости степенного ряда?
17. Какова область сходимости степенного ряда, если  $R = \infty$ ?
18. Дайте определение равномерной сходимости функционального ряда в комплексной области.
19. Может ли сумма степенного ряда иметь разрывы в круге сходимости этого ряда?
20. Дайте определение функции комплексного переменного, аналитической в точке  $z_0$ .
21. Напишите формулу неравенств Коши для коэффициентов степенного ряда?
22. Напишите ряд Тейлора для аналитической функции с центром  $z_0$ .
23. Сформулируйте теорему единственности для аналитических функций.
24. Теорема Лиувилля. Алгебраическая замкнутость поля комплексных чисел.
25. Сформулируйте теорему Коши (случай сложного контура).
26. Отображения многоугольников. Сформулируйте теорему Кристоффеля-Шварца.
27. В чем состоит смысл интегральной формулы Коши?
28. Из каких частей состоит ряд Лорана?
29. В какой области возможно разложение аналитической функции в ряд Лорана?
30. Дайте классификацию изолированных особых точек однозначной функции.
31. Ряд Лорана в окрестности бесконечно удаленной точки.
32. Сформулируйте теорему Сохоцкого.
33. Смысл принцип максимума модуля аналитической функции?
32. Сформулируйте теоремы Вейерштрасса о равномерно сходящихся рядах аналитических функций?

33. Нули аналитической функции. Порядок нуля.
36. Сформулируйте теорему единственности для аналитических функций.
37. В чем смысл аналитического продолжения?

### ***Раздел 3. «Вычеты и их приложения»***

1. Что называется вычетом функции  $\omega = f(z)$  в точке  $a$ ?
2. При каком условии существует вычет функции  $\omega = f(z)$  в точке  $a$ ? Чему он равен, если функция дифференцируема в точке  $a$ ?
3. Как выражается интеграл функции по контуру через вычеты функции в точках, лежащих внутри этого контура?
4. Сформулируйте и докажите теорему о вычетах.
5. Вычет функции относительно полюса.
6. Укажите применения теории вычетов к вычислению определённых интегралов.
7. В чем заключается принцип аргумента?
8. Сформулируйте теорему Руше.
9. Как разложить мероморфную функцию на элементарные дроби.
10. Что такое мероморфная функция?

### ***Раздел 4. «Применение аналитических функций к решению краевых задач»***

1. Как связана общая задача Дирихле на плоскости с гармоническими функциями?
2. В чем заключен смысл классической задачи Дирихле на плоскости?
3. Какая особенность области наблюдается в общей задаче Дирихле?
4. Сколько решений имеет общая задача Дирихле? В каком случае?
5. Напишите формулу Пуассона и метод его вычисления?
6. Как связаны решение общей задачи Дирихле и интеграл Пуассона?

### ***Раздел 5. «Основные понятия операционного исчисления»***

1. Что называют оригиналом?
2. Что называют изображением?
3. Приведите пример функции Хевисайда и вычислите ее оригинал и изображение.
4. Как восстановить оригинал по его изображению. Укажите общие характеристики.
5. Свойства преобразования Лапласа.
6. Таблица изображений.
7. Изображения элементарных функций.
8. Применения преобразования Лапласа к решению дифференциальных и интегральных уравнений. Как они связаны с задачей Коши?
9. Напишите формулу Меллина.

## **8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины. Информационное обеспечение образовательного процесса**

### ***8.1. Основная литература:***

1. Малышева, Н. Б. Функции комплексного переменного: учебник для вузов./ Н. Б. Малышева, Э. Р. Розендорн ; под редакцией Э. Р. Розендорна. – Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2010. - 168 с. - ISBN 978-5-9221-0977-2. - [URL:https://znanium.com/catalog/product/544726](https://znanium.com/catalog/product/544726) – Режим доступа: по подписке. – Текст: электронный
2. **Осадчий, Ю. М.** Функции комплексного переменного. Операционное исчисление: учебное пособие / Ю. М. Осадчий. - Москва: ИНФРА-М, 2019. - 129 с. - ISBN 978-5-16-107966-9. - URL <https://znanium.com/catalog/product/1039634> – Режим доступа: по подписке. – Текст: электронный

## 8.2. Дополнительная литература:

1. Половинкин, Е. С. Теория функций комплексного переменного: учебник / Е. С. Половинкин. - Москва: ИНФРА-М, 2020. - 254 с. - (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-013608-0. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1125614> – Режим доступа: по подписке. – Текст: электронный.

2. Свешников, А. Г. Теория функций комплексной переменной: учебник / А.Г. Свешников, А.Н. Тихонов, - 6-е изд. - Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2010. - 336 с.- ISBN 978-5-9221-0133-2. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/544573> – Режим доступа: по подписке. – Текст: электронный.

3. Комплексный анализ: учебное пособие / А. В. Шаталина, С. В. Тышкевич, Л. В. Борисова [и др.]; Саратовский национальный исследовательский государственный университет им. Н. Г. Чернышевского.- Саратов: Изд-во Саратовского ун-та, 2017.- URL: [https://old.rusneb.ru/catalog/000199\\_000009\\_009648194/](https://old.rusneb.ru/catalog/000199_000009_009648194/) – Текст: электронный.

## 9. Требования к условиям реализации рабочей программы дисциплины (модуля)

### 9.1. Общесистемные требования

#### Электронная информационно-образовательная среда ФГБОУ ВО «КЧГУ»

Каждый обучающийся в течение всего периода обучения обеспечен индивидуальным неограниченным доступом к электронной информационно-образовательной среде (ЭИОС) Университета из любой точки, в которой имеется доступ к информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», как на территории Университета, так и вне ее.

Функционирование ЭИОС обеспечивается соответствующими средствами информационно-коммуникационных технологий и квалификацией работников, ее использующих и поддерживающих. Функционирование ЭИОС соответствует законодательству Российской Федерации.

Адрес официального сайта университета: <http://kchgu.ru>.

Адрес размещения ЭИОС ФГБОУ ВО «КЧГУ»: <https://do.kchgu.ru>.

#### Электронно-библиотечные системы (электронные библиотеки)

Учебный год	Наименование документа с указанием реквизитов	Срок действия документа
2025-2026 учебный год	Электронно-библиотечная система ООО «Знаниум». Договор № 249 эбс от 14.05.2025 г. Электронный адрес: <a href="https://znanium.com">https://znanium.com</a>	от 14.05.2025г. до 14.05.2026г.
2025-2026 учебный год	Электронно-библиотечная система «Лань». Договор № 10 от 11.02.2025 г. Электронный адрес: <a href="https://e.lanbook.com">https://e.lanbook.com</a>	от 11.02.2025г. до 11.02.2026г.
2025-2026 учебный год	Электронно-библиотечная система КЧГУ. Положение об ЭБ утверждено Ученым советом от 30.09.2015г. Протокол № 1.	Бессрочный

	Электронный адрес: <a href="http://lib.kchgu.ru">http://lib.kchgu.ru</a>	
2025-2026 учебный год	Национальная электронная библиотека (НЭБ). Договор №101/НЭБ/1391-п от 22.02.2023 г. Электронный адрес: <a href="http://rusneb.ru">http://rusneb.ru</a>	Бессрочный
2025-2026 учебный год	Научная электронная библиотека «ELIBRARY.RU». Лицензионное соглашение №15646 от 21.10.2016 г. Электронный адрес: <a href="http://elibrary.ru">http://elibrary.ru</a>	Бессрочный
2025-2026 учебный год	Электронный ресурс Polpred.com Обзор СМИ. Соглашение. Бесплатно. Электронный адрес: <a href="http://polpred.com">http://polpred.com</a>	Бессрочный

## **9.2. Материально-техническое и учебно-методическое обеспечение дисциплины**

Занятия проводятся в учебных аудиториях, предназначенных для проведения занятий лекционного и практического типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации в соответствии с расписанием занятий по образовательной программе. С описанием оснащённости аудиторий можно ознакомиться на сайте университета, в разделе материально-технического обеспечения и оснащённости образовательного процесса по адресу: <https://kchgu.ru/sveden/objects/>

## **9.3. Необходимый комплект лицензионного программного обеспечения**

- Microsoft Windows (Лицензия № 60290784), бессрочная
- Microsoft Office (Лицензия № 60127446), бессрочная
- ABBY FineReader (лицензия № FCRP-1100-1002-3937), бессрочная
- Calculate Linux (внесён в ЕРПП Приказом Минкомсвязи №665 от 30.11.2018-2020), бессрочная
- Google G Suite for Education (IC: 01i1p5u8), бессрочная
- Kaspersky Endpoint Security (Лицензия № 280E-210210-093403-420-2061), с 25.01.2023 г. по 03.03.2025 г.
- Kaspersky Endpoint Security. Договор №0379400000325000001/1 от 28.02.2025г. Срок действия лицензии с 27.02.2025г. по 07.03.2027г.

## **9.4. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы**

1. Федеральный портал «Российское образование» - <https://edu.ru/documents/>
2. Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов (Единая коллекция ЦОР) – <http://school-collection.edu.ru/>
3. Базы данных Scopus издательства Elsevier <http://www.scopus.com/search/form.uri?display=basic>.
4. Портал Федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования - <http://fgosvo.ru>.
5. Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов (ФЦИОР) – <http://edu.ru>.
6. Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов (Единая коллекция ЦОР) – <http://school-collection.edu.ru>.
7. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» (ИС «Единое окно») – <http://window.edu.ru>.

## **10. Особенности организации образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья**

В ФГБОУ ВО «Карачаево-Черкесский государственный университет имени У.Д. Алиева» созданы условия для получения высшего образования по образовательным программам обучающихся с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ).

Специальные условия для получения образования по ОПВО обучающимися с ограниченными возможностями здоровья определены «[Положением об обучении лиц с ОВЗ в КЧГУ](#)», размещенным на сайте Университета по адресу: <http://kchgu.ru>.

### 11. Лист регистрации изменений

<b>Изменение</b>	<b>Дата и номер протокола ученого совета факультета/ института, на котором были рассмотрены вопросы о необходимости внесения изменений в ОПВО</b>	<b>Дата и номер протокола ученого совета Университета, на котором были утверждены изменения в ОПВО</b>